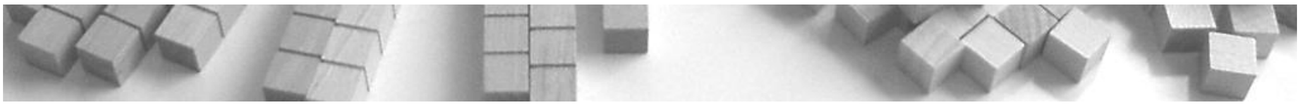
Alexander Grüneis

Rechenschwäche – konkret

Hilfestellung für die Individualbetreuung
von Kindern mit Rechenschwierigkeiten

Eigenverlag



1.Auflage 2011
© Eigenverlag · Wien
www.grueneis.com

Autor: Mag. Alexander Grüneis
Fotos: Mag. Peter Giovannini und Mag. Alexander Grüneis
Illustrationen: Mag. Renate Burian und Mag. Alexander Grüneis
Lektorat: Dr. Gerda Benesch-Tschanett

Druck: digiDruck.at, Österreich
ISBN: 978-3-200-02135-8

Die rot markierten Teile können in diesem Auszug angesehen werden.

Inhaltsverzeichnis

SEITE 7 VORWORT

Kinder kommen als lernfreudige Wesen zur Welt, denn Lernen ist von Natur aus lustvoll, das Streben nach Wissen und Wachstum ein menschliches Grundbedürfnis. Mit Ausdauer und Begeisterung üben sie in ihren ersten Lebensjahren eine Fülle von Fertigkeiten – nie wieder lernen wir so schnell so viel wie in der frühesten Kindheit. Die Beobachtung eines Kleinkindes lässt immer wieder staunen ob der Lernfreude, die es beim Sprechen, Laufen, Hantieren zeigt, ohne dass es sich durch Misserfolge entmutigen lässt. Somit wäre zu erwarten, dass die Schuljahre, die dem Lernen gewidmet sind, bedürfnisbefriedigende und daher glückliche Lebenszeit sind.

Die Lernerfahrungen der Schuljahre prägen wesentlich die spätere Einstellung des Erwachsenen zu Leistung und Arbeit. Wird die Schulerfahrung zu einer Geschichte des Misserfolgserlebens und des Minderwertigkeitsgefühls, weil das Kind unter einer Lernstörung leidet, wird dieses Kind zum Risikokind, die Schule zum Stressor und Vulnerabilitätsfaktor seiner kindlichen Entwicklung. Isolierte Lernstörungen wie Legasthenie und Dyskalkulie beschränken den Bildungsweg eines Kindes und damit seine Chancen auf ein erfülltes Berufsleben. Die aus der Lernstörung resultierende Beeinträchtigung des seelischen Wohlbefindens gefährdet die soziale und emotionale Entwicklung.

Dyskalkulie oder Rechenschwäche findet erst in den letzten Jahren Beachtung der Pädagogik und Psychologie. Noch nicht verbindlich verbreitet ist das Wissen um die Tatsache, dass von Dyskalkulie betroffene Kinder anderes an Hilfestellung als vermehrtes Üben von Lernstoff brauchen, um ihre Rechenschwäche überwinden zu können. Um effiziente Unterstützung bieten zu können, ist differenziertes Wissen um die Entwicklung des rechnerischen und mathematischen Denkens notwendig, das auf pädagogischen und entwicklungspsychologischen Grundsätzen beruht. Kinder, die die Mathematik durch die Brille ihrer Dyskalkulie betrachten, haben so gut wie immer ihre eigene Logik dabei in Anwendung, die allerdings nicht dem entspricht, was rechnerisches Denken erwarten lässt. In bewundernswerter Anstrengung gelingt es ihnen zwar immer wieder, kompensatorische Strategien einzusetzen, mithilfe derer sie ihr schulisches Scheitern erheblich hinauszögern können, allerdings um den Preis einer chronischen Überforderung, die dekompensierend zur allgemeinen Lernunlust bis zur Lernverweigerung oder psychosomatischen Symptomen führen kann. Die Dyskalkuliebehandlung ist daher notwendigerweise einzubetten in psychoedukativ getragene Strategien, die das Kind oder den Jugendlichen auf der Basis der ermutigenden Beziehung aus der Rechenschwäche herausführen.

Alexander Grüneis begann seine pädagogische Tätigkeit als Mathematiklehrer an der Allgemeinbildenden Höheren Schule. In dieser beruflichen Rolle lernte ich ihn kennen, meinerseits nicht als Psychologin und Psychotherapeutin, sondern als Mutter eines Schulkindes, das er unterrichtete. Die Wahrnehmung seines pädagogischen Engagements, seines Talents und seiner unermüdlichen professionellen Neugier veranlassten mich dazu, mit ihm und seiner Kollegin Silvia Kohnert den ersten „Schmunzelclub“ in Wien-Döbling zu eröffnen, in dem er mittlerweile seit Jahren Kinder mit Teilleistungsschwächen nach meiner Methode betreut und auch in meinen Fortbildungsveranstaltungen mitwirkt. Dieser Weg des Mathematikers einerseits und des erfahrenen Praktikers in der Arbeit mit Kindern mit Teilleistungsschwächen andererseits prädestiniert ihn dazu, seine Methodik der differenzierten Diagnostik und Behandlung der Dyskalkulie in Form dieses Buches zur Verfügung zu stellen.

Brigitte Sindelar — Wien, im März 2011

SEITE 8 EINLEITUNG

Aus dem Alltag der individuellen Arbeit mit Kindern und Jugendlichen mit Schwierigkeiten im Mathematikunterricht entstand das Bedürfnis, eine Sammlung an hilfreichen Informationen für die Betreuungssituation zu erstellen. Wichtige Aspekte der Unterstützung von Kindern mit Problemen im Verständnis der Mathematik im Allgemeinen und mit dem Rechnen im Speziellen sind in dieser Sammlung zu finden. Anregungen, Ideen und Anleitungen bieten betroffenen Personen eine sehr praxisorientierte Hilfestellung an.

Ich habe mich eingangs ausführlich mit einschlägiger Fachliteratur auseinandergesetzt. Dabei hat sich gezeigt, dass es viele Bücher gibt, die das Thema aus verschiedenen wissenschaftlichen Sichtweisen beleuchten. Ich habe vielfältige Informationen zu den möglichen Ursachen – wenn diese auch sehr kontraversiell diskutiert werden – zur Symptomatik, zu möglichen kindlichen Denkmustern und zur fundierten Förderdiagnostik gefunden. Mein Wissen um den – bislang sehr unbefriedigenden - schulischen Umgang mit rechenschwachen Kindern konnte ich durch zahlreiche persönliche Kontakte mit Lehrerinnen nicht zuletzt auch im Rahmen meiner Referententätigkeit erwerben.

Weniger zufriedenstellend waren jene Teile, die Übungen zur Unterstützung rechenschwacher Kinder anbieten. Diese gehen oft über schulbuchartige Übungssammlungen nicht oder nur wenig hinaus. Selbst wenn ausgewählte Übungen von ihrer Beschaffenheit her gute Möglichkeiten in der Förderung bieten, fehlen doch meist ausreichende Informationen für Eltern, was neben der Aufgabenauswahl auch in der Durchführung zu beachten ist. Denn in der Förderung rechenschwacher Kinder ist das WIE weitaus entscheidender als das WAS! Dies hat mich schlussendlich dazu bewegt, dieses Buch zu schreiben.

Im vorliegenden Buch befasse ich mich mit dem Themenkomplex der Rechenschwäche und der Unterstützung betroffener Eltern, die Hilfe zur Selbsthilfe suchen. Auch Lehrerinnen/Lehrer können sich grundlegende Informationen über das Phänomen aneignen und diverse Anregungen für den eigenen Unterricht in Mathematik übernehmen. Erwartungen, hier verlässliche Konzepte für die Behebung von Rechenschwäche im Rahmen des Regelunterrichts zu finden, können sicherlich nicht erfüllt werden, zumal mögliche Grenzen der Förderung ebenso aufgezeichnet werden.

Nach der Behandlung einiger einleitender Impulsfragen wird im ersten Teil thematisiert, wie der Begriff der Rechenschwäche oder Dyskalkulie definiert wird, und welche Formen der Diagnostik verwendet werden.

Ich möchte Sie, geschätzte Leserin, dabei unterstützen, sich in das Denken von Kindern mit basalen mathematischen Problemen bzw. Missverständnissen hineinzuversetzen. Einer Auflistung möglicher Symptome folgt in diesem Zusammenhang die Erläuterung wesentlicher Bereiche möglicher Verständnisprobleme in den Grundlagen.

Weiters werden Möglichkeiten der Unterstützung an der Schule aufgezeigt, wie die persönliche Förderung durch die Lehrerin im Unterricht, im Rahmen der Nachmittagsbetreuung oder im Förderunterricht. Außerdem wird auf die im Schulalltag eingegangen.

Im nächsten Abschnitt werden allgemeine Hinweise und Ideen für die häusliche Betreuungssituation, aber auch für die professionelle Unterstützung gegeben.

Im letzten Kapitel folgen dann praktische Anleitungen zu ausgewählten Inhalten des Mathematikunterrichts der Grundschule. Die Intention dieses Abschnitts besteht darin, die Kompetenz der Person, die selbst die Förderung des Kindes zum Teil oder ganz übernehmen will, zu stärken. Jedes Beispiel ist detailliert beschrieben, beinhaltet Hinweise zu den benötigten Materialien bis hin zur genauen Ablaufbeschreibung der einzelnen Übungen. Literaturhinweise, einige exemplarisch angeführte Fördermaterialien, Bezugsquellen für Fördermaterialien und Kopiervorlagen für den Eigenbedarf finden Sie am Ende des Buches.

Wenn Sie sich bislang nicht eingehend mit der Thematik beschäftigt haben, empfehle ich Ihnen jedenfalls vor dem Einsatz der Übungsideen alle Kapitel davor zu lesen.

Im Sinne einer besseren Lesbarkeit habe ich auf Zitate im Textfluss weitgehend verzichtet. Hinweise auf empfehlenswerte Literatur finden Sie im entsprechenden Kapitel. Natürlich habe ich das mathematische Rad nicht neu erfunden, sondern versucht, eine Übungssammlung mit dem Anspruch zu erstellen, dass gute Übungen systematisch geordnet und übersichtlich zusammengefasst werden und auch für Laien möglichst verständlich und praktikabel formuliert sind. Eine Unterstützung durch eine Fachfrau kann dadurch nicht ersetzt werden.

Ich habe auf geschlechtsspezifische Formulierungen verzichtet und zumeist nur weibliche Formen verwendet. Dies entspricht der pädagogischen Realität. Der Prozentsatz der männlichen Teilnehmer an Seminaren und Vorträgen und der Väter, die in unserer Praxis Einzelsitzungen mit ihren Kindern wahrnehmen, überschreitet nicht annähernd die 10%. Selbstverständlich beziehen sich alle gewählten personenbezogenen Bezeichnungen auf beide Geschlechter.

Nicht in der Mathematik liegende, verursachende Faktoren einer Rechenschwäche (psychische Beeinträchtigungen, Erziehungsfaktoren, organische Einschränkungen wie Seh- oder Hörschwächen oder Schwächen in wahrnehmungsverarbeitenden Funktionen) sowie auftretende Komorbiditäten (Vorliegen einer oder mehrerer zu einer Grunderkrankung/-störung hinzukommenden Krankheit/Entwicklungsstörung – z.B. Legasthenie) werden hier nur am Rande berücksichtigt, ihre dennoch große Bedeutung soll an dieser Stelle jedoch nicht unerwähnt bleiben.

Es darf nicht übersehen werden, dass jene Kinder, die unter Rechenschwäche und somit unter Mathematik leiden, stets einer Mehrbelastung ausgesetzt sind. Sie müssen mehr Zeit in das Üben investieren, arbeiten weniger effizient und laufen dem aktuellen Lehrstoff stets hinterher. Neue Inhalte werden oft nicht verstanden und überdies mehren sich demotivierende Rückmeldungen ihrer Umwelt. Daher benötigen diese Kinder Verständnis und eine entsprechend wertschätzende Zuwendung, weil ohne Berücksichtigung der emotionalen und sozialen Situation des Kindes auch der beste Förderansatz scheitert.

Wie ein Kind die Zeit, die wir im Rahmen der Förderung mit ihm verbringen, empfindet, ist jedenfalls auch ein guter Gradmesser für die Qualität dieser Einheiten. Setzt man auf einem Niveau an, auf dem das Kind noch Erfolge erzielen und an Verstandenes anschließen kann, wird es diese Zeit emotional positiv erleben, weil es endlich etwas zu leisten imstande ist.

Im Zusammenhang mit der Entstehung dieses Buches gilt mein Dank allen voran den von mir betreuten Kindern, die mir Stunde für Stunde die Möglichkeit bieten, Erfahrung in der Betreuung sammeln zu können und die Qualität meiner Tätigkeit zu verbessern. Weiters danke ich Fr. Dr. Sindelar für Förderung und Unterstützung sowie nicht zuletzt meiner Familie für ihr Verständnis bezüglich des hohen Zeitaufwandes, der in diese Arbeit geflossen ist.

Ich wünsche Ihnen eine spannende Lektüre und hoffe, Sie mit Hilfe der folgenden Inhalte bei der Förderung Ihres Kindes zu unterstützen.

Alexander Grüneis — Wien, im März 2011

SEITE 35 GRUNDLEGENDE ASPEKTE DER FÖRDERUNG

Zu Beginn dieses Abschnitts möchte ich nochmals betonen, dass eine gute, seriöse und erfolgsversprechende Förderung im Bereich des mathematischen Denkens immer voraussetzt, dass jene Person, die das Kind maßgeblich unterstützt und die Eltern bei der Hilfe für ihr Kind begleitet, pädagogischen Weitblick besitzt. Es ist wichtig, dass auch andere verursachende oder hemmende Faktoren einbezogen werden. Sonst läuft man in der Förderung wieder Gefahr, nach einem starren Muster Prozesse zu durchlaufen.

„Sind bestimmte Bedingungen des Lernens nicht erfüllt, müssen diese vorab hergestellt werden. Treten bei Schülern Anzeichen für außermathematische Beeinträchtigungen auf, wie zum Beispiel erhebliche psychische Probleme, gravierende sprachliche Defizite oder anderes, was ein diagnostisches oder lerntherapeutisches Gespräch unmöglich macht, ist dringend die Hilfe anderer Fachkräfte angeraten. Dies kann den mathematischen Lernprozess jedoch nicht ersetzen. Bei entsprechend diagnostizierten kognitiven Defiziten im rechnerischen Denken ist auch hier anschließend beziehungsweise begleitend eine angemessene mathematische Förderung nötig.“ (http://de.wikipedia.org/wiki/Rechenschwäche, 9.5.2010)

Letztlich lernt man das Verständnis für Zahlen, eine sichere Orientierung im Zahlenraum und das Rechnen nur durch Beschäftigung mit eben diesen Bereichen, allerdings sollte man möglichst schnell erkennen, ob zuvor oder begleitend andere Maßnahmen erforderlich sind. Je mehr *Grund*wissen also die Person, die die Planung der Förderung durchführt, besitzt, desto besser können Eltern beraten werden und das betreffende Kind Fortschritte erzielen. Relevante Bereiche: Medizin, Entwicklungs-, Lern-, kognitive und allgemeine Psychologie, Logopädie, Ergotherapie, sensorische Integration und unterschiedlichste andere Fördermaßnahmen.

Es werden in der Folge allgemeine Aspekte und Ideen zur individuellen Unterstützung in der mathematischen Förderung angeführt, deren Berücksichtigung natürlich auch in der Gruppe sinnvoll, jedoch in der persönlichen Arbeit viel leichter umzusetzen ist. Auch in der Einzelbetreuung wird aufgrund gegebener Rahmenbedingungen nicht immer alles optimal ablaufen können. Wenn Sie dieses Kapitel aufmerksam lesen, können Sie Ihre Kompetenz stetig verbessern, Ihr Verhalten und Vorgehen bei der Gestaltung mathematischer Einheiten optimieren und somit dem Kind bestmöglich helfen, dazuzulernen.

Allgemeine Gesichtspunkte in Hinblick auf die kindliche Gefühlswelt

- An den Beginn möchte ich eine wesentliche Erkenntnis der Lern- und Gehirnforschung stellen, die zwar logisch erscheint, jedoch häufig unberücksichtigt bleibt: <u>Effizientes Lernen bedarf einer entspannten und unbelasteten Atmosphäre. Stress, Druck und Angst sind massive Feinde des Lernens und das nicht nur beim Kind!</u> So plausibel dies klingen mag, so häufig wird dieser Umstand ignoriert. Dies gilt also nicht nur für das Kind, sondern auch für Sie, wenn Sie sich dem Kind in der Betreuung widmen. Auch Sie sollten Fördereinheiten frei von Stress, Zeitdruck, Ungeduld und Spannung erleben. Sind diese Rahmenbedingungen nicht vorhanden, starten Sie nicht mit dem Förderprogramm. Sonst wird aus den Bemühungen nicht der erhoffte Erfolg resultieren.
- <u>Schimpfen Sie nie über mangelnden Willen und schon gar nicht über schlechte Leistungen!</u> Oft will das Kind, kann aber nicht. Mangelnder Wille ist zumeist Resultat mangelnden Könnens. Wie gerne führen Sie eine Tätigkeit durch in der Sie bereits die Erfahrung gemacht haben, nicht der/die Geschickteste zu sein und oft kritisiert oder ausgelacht wurden? Denkleistungen unter Stress sind kaum möglich, schon gar nicht bei Inhalten, die ohnehin schwer fallen. Gleiches gilt für Konzentrationsprobleme. Es ist schwer bei der Sache zu bleiben, wenn der bearbeitete Inhalt höchste Aufmerksamkeit erfordert, man schneller ermüdet! Lösung bietet das Zurückgehen auf leichtere Inhalte oder die Verkürzung der Arbeitszeiten.
- <u>Der Widerstand des Kindes hat zumeist tiefer liegende Ursachen als bloße Faulheit</u>: Frustration, Versagensangst, eine negative Erwartungshaltung, Misserfolgserfahrungen oder Resignation: „Ich schaffe es eh nicht, ich übe so viel und es geht trotzdem immer schief.“

SEITE 39 Wissen – Verständnis: Wissen ist ohne Verständnis möglich, Verständnis ohne Wissen (über Erfahrungen) nicht. Vieles muss man einfach nur wissen ohne es zu verstehen:

In der Mathematik	In der Lebenswelt des Kindes
Gestalt der Ziffern Zehner werden links von den Einern angeschrieben Längen werden mit Kleinbuchstaben abgekürzt	Namen von Menschen und Gegenständen Adressen und Telefonnummern Fremdwörter

Erfahrungen, die gemerkt werden, führen zu Wissen aber nicht zwingend zu Verständnis. Werden aber auch Zusammenhänge und Unterschiede erkannt, Prinzipien von Ursache und Wirkung abgeleitet, Ober- und Unterbegriffe sowie Analogien gebildet und verstanden, so kann das bisherige Wissen auf der Basis von Verständnis auch auf neue Situationen angewendet werden.

In der Mathematik	In der Lebenswelt des Kindes
Einzelne Erfahrungen	
$2 + 2 = 4$, $20 + 20 = 40$, $32 + 2 = 34$, $2 \cdot 2 = 4$ 10 Einer ergeben einen Zehner Zehner werden bei 73 links der Einer geschrieben $18 : 3 = 6$, $3 \cdot 6 = 18$, $6 \cdot 3 = 18$, $6 + 6 + 6 = 18$ $5 > 2$, $2 < 5$, $15 > 12$, $50 > 20$, $2\,000 < 5\,000$	Es weh tut, wenn man: ⇨ mit dem Finger in eine Kerzenflamme greift ⇨ mit der Haut eine leuchtende Glühbirne berührt ⇨ mit .... ein/e .... zu berühren ⇨ eine Brennessel mit der Haut berührt
Verstandene Ursache – Wirkung - Beziehungen	
Wenn 12 durch 4 teilbar ist, dann auch durch 2 Gerade Zahlen sind durch 2 teilbar $1 \cdot x > 1$, wenn $x > 1$ und $1 \cdot x < 1$, wenn $x < 1$ $4 > 2$ ⇨ $40 > 20$, $4 > 2$ ⇨ $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ $43 - 9$ ⇨ ein Zehner muss zerlegt werden Ungerade Zahl : 2 ⇨ es bleibt Rest	Flammen und bereits einige Zeit leuchtende Lampen sind heiß Die Berührungsdauer und -stärke ist von Bedeutung Berührung von etwas Heißem tut weh Auch anderes Berühren kann weh tun (Brennessel, Messer, Hund, Igel, ...)
Erkannte Zusammenhänge und Unterschiede bzw. Ausnahmen	
Quadrat: Längere Seite ⇨ sicher größere Fläche Größerer Umfang ⇨ nicht unbedingt größere Fläche $5 \cdot 6 + 6 = 6 \cdot 6$, $12 = 10 + 2$ ⇨ $3 \cdot 12 = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 2$	Hitze - Haut - Brandblasen Glas - freier Fall -Aufprall - evtl. Bruch - Scherben Zu schnell fahren - (nicht unbedingt) Strafe
Kategorien	
Anzahl, Teiler, gerade Zahlen, Flächen, Vektoren	Farbe, Größe, Höhe, Form, Geschlecht
Ober- und Unterbegriffe, -kategorien	
Zweistellige Zahlen - ganze Zehner - gerade Zehner Körper - Prisma - gerades Prisma - Quader - Würfel Teiler - Primteiler Reelle - Rationale - Ganze - Natürliche Zahlen	Lebewesen - Vogel - Amsel Spielzeug - Stofftier - Teddy Fortbewegungsmittel – Fahrzeug - einspuriges Fahrzeug - Moped

Ohne Verständnis müsste jede erdenkliche Möglichkeit sich z.B. zu verbrennen oder aber zwei Zahlen zu addieren eigens erfahren bzw. gemerkt werden. Das wäre für das Gedächtnis schier unlösbar. Erkennt man aber Zusammenhänge, Analogien und Unterschiede, so muss man nicht jede ähnliche neue Situation/Aufgabe gesondert erleben bzw. sich merken, sondern kann Neues besser vorhersehen und einordnen. Dadurch, dass man Neues von Bekanntem ableiten kann, entlastet man durch erreichtes Verständnis sein Gedächtnis enorm.

Beim Rechnen ist es unbedingt notwendig, Vorgänge, Regeln, Zusammenhänge, Kategorien und Analogien zu erkennen, zu verstehen und in Folge einsetzen zu können, weil man sich die Fülle des bloß auswendig Gelernten irgendwann nicht mehr merken kann.

Die Grundsteine des beschriebenen Verständnisses werden üblicherweise bei den meisten Kindern bereits im Vorschulalter entwickelt und durch vielfältige Erfahrungen wie von selbst gefördert. In der Förderung rechenschwacher Kinder müssen fehlende oder zu selten gemachte Erfahrungen nachgeholt bzw. wiederholt und intensiviert werden.

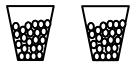
SEITE 48 Invarianz B

Bereich: Grundlagen des Zahlenverständnisses

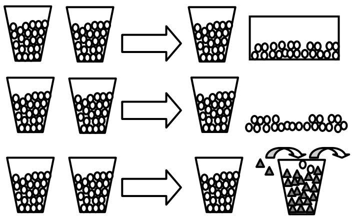
Materialbedarf: diverse Materialien aus dem täglichen Leben

Übungen mit diskontinuierlichen Qualitäten: Zeigen Sie selbst folgende Übungen vor oder leiten Sie das Kind dazu an. Stellen Sie jeweils begleitende Fragen, welche Veränderungen eingetreten sind und was unverändert geblieben ist. Wichtig ist, dass das Kind immer wieder ermutigt wird, Beobachtbares auch selbst in Worte zu fassen. Bereiten Sie unterschiedliche Behälter (Becher, Schüsseln, …) und diverse Gegenstände (Bausteine, Bohnen, Spielsteine,…) vor.

- Sie können alle Übungen, die oben mit kontinuierlichen Qualitäten beschrieben wurden, auch mit diskontinuierlichen durchführen.
- Füllen Sie mit dem Kind zwei gleiche (später zwei verschiedene) Gefäße Stück für Stück mit gleich vielen gleichartigen Gegenständen. (Es soll eine größere, nicht mehr spontan erfassbare Anzahl gewählt werden)



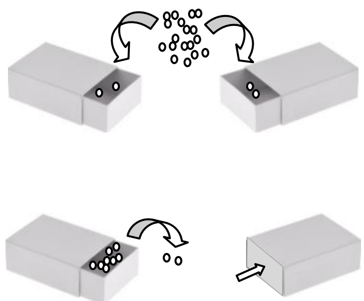
  Verändern Sie nun die Menge in einem der Gefäße strukturell (Umfüllen in ein anderes Gefäß, Ausleeren auf den Tisch …) und stellen Sie wieder Fragen zum Vergleich mit der anderen Menge.



  Ebenso können Sie eine der beiden Anzahlen qualitativ ändern, indem Sie einzelne oder alle Elemente schrittweise durch andere austauschen (andere Farbe, Form oder Größe). „Was hat sich nun geändert, was ist gleich geblieben?“
- Sie können auch zwei Bausteinmengen gleicher Anzahl vergleichen lassen. „Hier sind zweimal gleich viele Bausteine.“ Sie können nun fragen, was es bedeutet, wenn eine der Mengen aus kleineren Steinen besteht oder wenn man aus einer Menge einen Turm baut.

Hinweis:
Treten in der Beurteilung der Veränderungen immer wieder Probleme auf, können Sie Übungen zur 1 zu 1-Zuordnung (auf den nächsten Seiten) verwenden, um aufzuzeigen, dass die gleiche Anzahl an Elementen aufrecht geblieben ist.

- Füllen Sie zählend eine beliebige Anzahl an Gegenständen in ein undurchsichtiges Sackerl oder einen Socken. Entleeren Sie das Sackerl dann unter einem Tuch oder in einen Behälter und erfragen Sie vom Kind, was sich geändert hat bzw. was gleich geblieben ist.
- Verwenden Sie nun zwei nicht einsehbare „Zählschachteln“. (z.B Streichholzschachteln) Geben Sie abwechselnd je einen Gegenstand hinein und schließen Sie die Schachteln zwischendurch immer wieder. Nach einer Weile fragen Sie das Kind, ob da nun gleich viele Objekte in den Schachteln wären. (Erfragen Sie nur den Anzahlenvergleich, wie viele es sind, ist hier nicht Inhalt der Übung) Verändern Sie nun die nicht sichtbaren Anzahlen, indem Sie aus einer oder beiden Schachteln je 1, 2, 3 … Objekte entfernen. „Sind da nun immer noch gleich viele drinnen?“ „In welcher sind mehr? Um wie viele denn?“ Und wie wäre der Unterschied, wenn man aus einer Schachtel zuerst zwei hinausgibt, sodann aber wieder eines hinein?



Hinweis:
Ziel der beschriebenen Übungen ist es, Gleichheit auf abstraktem Niveau zu erarbeiten bzw. zu festigen. Dabei ist es von Bedeutung, die Aufmerksamkeit des Kindes von Zählprozessen abzubringen, die oft automatisiert auf die Frage nach „Wie viel?“ bzw. nach der Gleichheit folgen. Bei verstecktem Material oder bei geeigneten Fragen muss das Kind die Handlungen reflektieren und durch seine Antworten sein vorhandenes Verständnis offenbaren. Die Arbeit mit konkreten Anzahlen („Und wie viele sind es jetzt?“) soll erst später folgen.

SEITE 61 Zahlennachbarn

Bereich: Zahlenverständnis

Materialbedarf: Steckwürfel, Legosteine, Stellenwertmaterial

Voraussetzung: Die Zahlwortreihe muss im bearbeiteten Bereich sicher beherrscht, die Invarianz von Zahlen verstanden werden.

Zahlennachbarn: Jene Zahlen, die beim Zählen unmittelbar vor und nach einer Zahl gesprochen (geschrieben) werden, nennt man Zahlennachbarn.

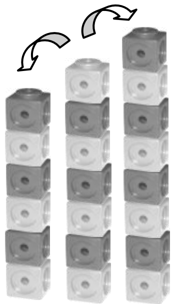
Zahlennachbarn von 7

„..., 5, 6, 7, 8, 9, ...“

Kleiner Nachbar
Vorgänger von 7

Großer Nachbar
Nachfolger von 7

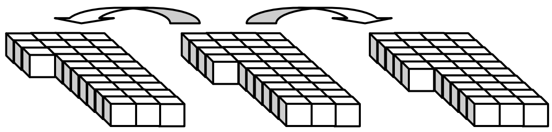
Anmerkung:
Vorab muss man herausfinden, welches Wissen das Kind bereits zu diesem Thema besitzt, welche der oben angeführten Bezeichnungen bereits bekannt sind. Verwenden Sie jene Begriffe, die das Kind bereits aus dem Unterricht kennt.



Jede Anzahl muss ja als Summe aus Einheiten verstanden werden. Der Vorgänger einer Zahl ist jene (An-)Zahl, die aus einer Einheit weniger besteht, der Nachfolger besitzt um eine Einheit mehr. Beim Aufsagen der Zahlwortreihe vermehrt sich eine (An-)Zahl mit jeder gesprochenen Zahl um genau eine Einheit.

Übung: Fordern Sie das Kind auf, Ihnen jene Zahl zu nennen, die (beim Zählen) vor (nach) einer bestimmten Zahl „kommt“. Übungsbeschreibungen dazu (mit Legosteinen oder Fingerbildern) finden Sie auf der nächsten Seite.

Zahlennachbarn in größeren Zahlenräumen, Zehner- und Hunderternachbarn



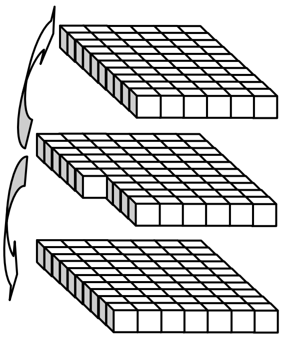
Ermittlung der Zahlennachbarn in größerem Zahlenraum erfordert zusätzlich Sicherheit im Stellenwertverständnis. Das Prinzip ist gleich: fügt man eine Einheit hinzu, erhält man den Nachfolger, wird eine entfernt ergibt sich der Vorgänger. Z.B.: 33 ⇐ 34 ⇒ 35 oder 569 ⇐ 570 ⇒ 571

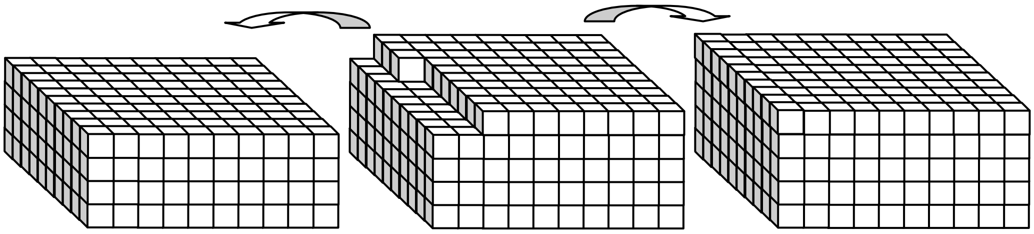
Zehner- und Hunderternachbarn: Zehnernachbarn (Hunderternachbarn) sind jene ganzen Zehner/Hunderter, die man bei Weiter- und Zurückzählen als nächste erreicht.

Sie können die Ausgangszahl mit Hilfe von Stellenwertmaterial auflegen und das Kind nach dem Nachbarzehner (-hunderter) fragen: „Wenn du Schritt für Schritt einen Einer nach dem anderen wegnehmen (dazugeben) würdest, welchen ganzen Zehner/Hunderter würdest du zu allererst erreichen?“ „Welche Zahl ist also der Vorgänger (Nachfolger-Zehner/Hunderter)?“

Beispiele:

Nachbarhunderter	Nachbarzehner	Zahl	Nachbarzehner	Nachbarhunderter
0	40	41	50	100
500	590	600	610	700
800	890	895	900	900





SEITE 75 <u>Zahlenzerlegungen im Zahlenraum 10 B</u>

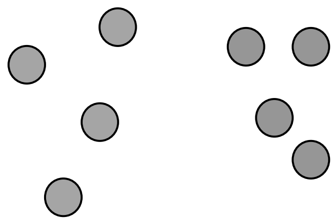
Bereich: Zahlenzerlegungen

Materialbedarf: 10 Wendeplättchen oder 20 gleichartige Gegenstände (je 10 einer Farbe)

„Wendeplättchen“ sind kleine kreisrunde Kunststoffplättchen, deren Seiten rot und gelb (blau) gefärbt sind. Man kann diese im Fachhandel für Schulbedarf beziehen. Das Spiel Reversi von Ravensburger enthält ebenfalls solche Spielsteine. Aus Karton sind derartige Plättchen auch herstellbar.

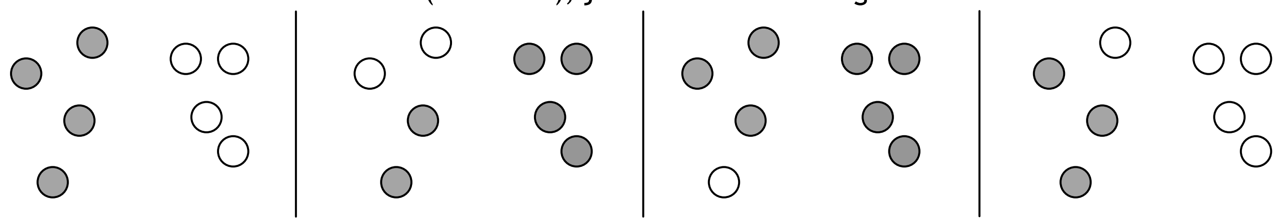
<u>Beispiel</u>:

Eine Anzahl von 8 Wendeplättchen wird aufgelegt, wobei wieder darauf geachtet wird, dass keine Gruppen mit mehr als vier Elementen eng beisammen liegen sollen. Zu Beginn soll bei allen Plättchen die gleiche Farbe zu sehen sein.



<u>Aufteilung in zwei Gruppen:</u>

Zerlegungen der Zahlen 2 bis 10 mit Hilfe der aufgelegten Plättchen: Nun wird jeweils eine beliebige Zahl an Plättchen gewendet, wodurch bei einigen Plättchen die gelbe, bei den übrigen die rote Seite zu sehen ist. Sehr einsichtig ist durch die Beschaffenheit des Materials, dass sich so die Gesamtzahl nicht ändert (Invarianz), jedoch die Aufteilung auf die beiden Farben variiert.

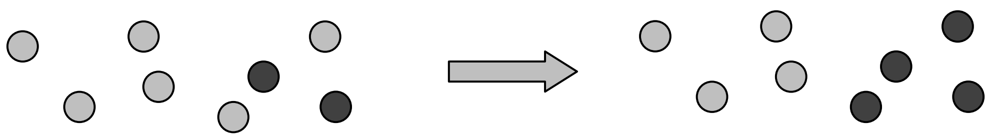


Wenn man Schritt für Schritt immer je ein Plättchen umdreht und die entstandenen Aufteilungen betrachtet, erkennt man wiederum bei gleich bleibender Gesamtzahl eine Veränderung im Sinne des Prinzips: „Hier eins weniger, dort eins mehr.“

Im nächsten Schritt können wieder alle möglichen Zahlenzerlegungen aufgeschrieben werden.

<u>Übung</u>:

Übersetzung einer Handlung in eine Addition, Subtraktion oder eine Ergänzungsrechnung: Verändern Sie eine vorgegebene Zerlegung (z.B. hier 6 rote und 2 blaue Seiten zu Beginn), indem Sie einige (hier 2) Plättchen umdrehen (danach sind 4 rote und 4 blaue Seiten zu sehen). Fragen Sie das Kind, welche Rechnung dieser Handlung entsprechen könnte. „Was habe ich gemacht? Welche sind mehr/weniger geworden? Welcher Rechnung könnte das entsprechen?“ (Hier: Von rot ausgehend 6 – 2 = 4 und von blau ausgehend 2 + 2 = 4 … .)



Zur Abwechslung können Sie das Kind auffordern, dass es einige Wendeplättchen vorlegt und danach eine gut sichtbare Veränderung durchführt. Nun ist es Ihre Aufgabe zur Handlung des Kindes eine Rechnung (evtl. auch mehrere) zu finden. Schreiben Sie die Rechnung auf und besprechen Sie diese mit dem Kind.

<u>Hinweis</u>:

Wenn Sie beim Kind <u>Zählprozesse</u> wahrnehmen, <u>unterbrechen</u> Sie das Kind, indem Sie durch gezielte Fragestellungen auf gewünschte Aspekte hinweisen: „Da liegen wie viele? Also vier – und da drüben? Ja zwei, also zusammen?“ Knüpfen Sie auch bei jeder Gelegenheit wieder an bereits gut automatisierte Zerlegungen an: „Drei und drei weißt du ja schon gut, und die noch dazu ...?“

SEITE 88 Bündelungsprinzip, der Tausender

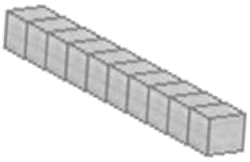
Bereich: Stellenwertverständnis
Materialbedarf: Stellenwertmaterial

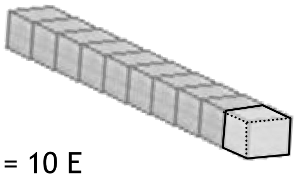
Aufbau des Stellenwertsystems:
Die Grundeinheit des dekadischen Stellenwertsystems ist der Einer, er wird beim Holz-Stellenwertmaterial als kleiner Würfel dargestellt. Zehn Einer ergeben eine Zehnerstange, zehn Zehnerstangen eine Hunderterplatte. Zehn Hunderterplatten ergeben wiederum einen Würfel, einen Tausenderwürfel.

Einer-WÜRFEL

Ein Zehner besteht aus 10 Einern

Zehner-STANGE

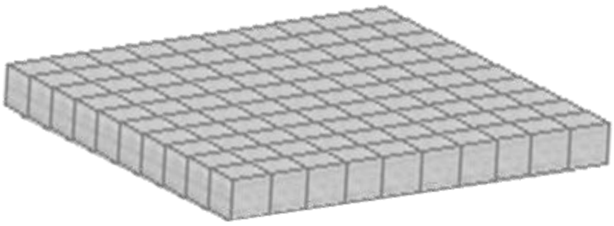




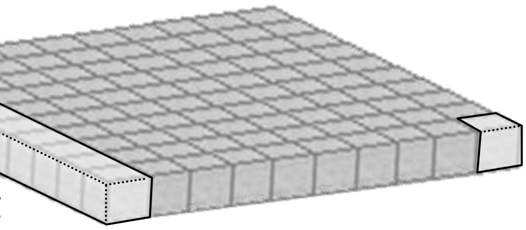
1 Z = 10 E

Ein Hunderter besteht aus 10 Zehnern
Ein Hunderter besteht aus 100 Einern

Hunderter-PLATTE

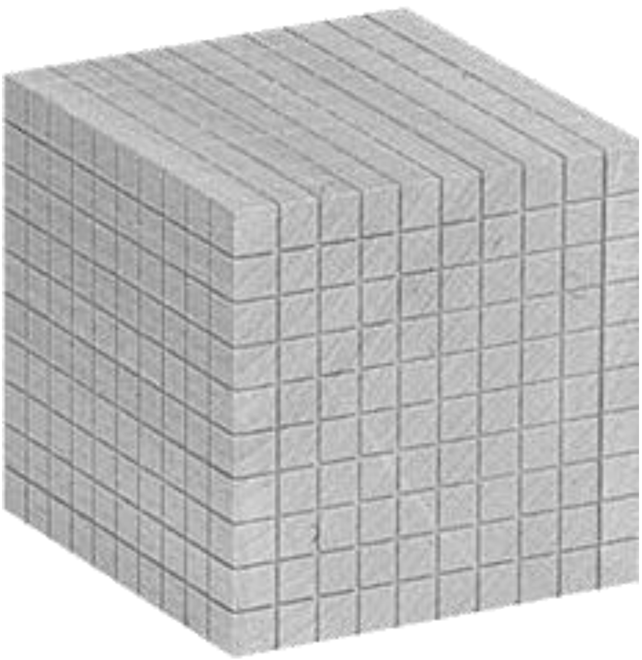


1 H = 10 Z



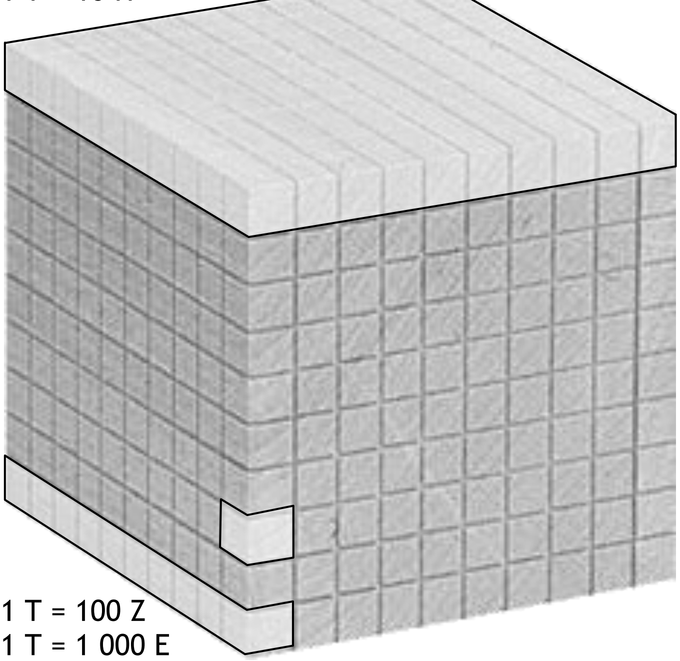
1 H = 100 E

Tausender-WÜRFEL



Ein Tausender besteht aus 10 Hundertern
Ein Tausender besteht aus 100 Zehnern
Ein Tausender besteht aus 1 000 Einern

1 T = 10 H



1 T = 100 Z
1 T = 1 000 E

SEITE 94 Erarbeitung des Tausch- und Bündelungsgedankens im ZR1000

Bereich: Stellenwertverständnis

Materialbedarf: Holz- oder Perlen-Stellenwertmaterial

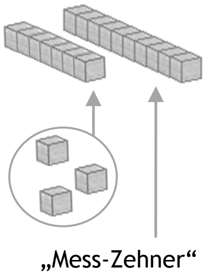
Übungsabfolge zur Erarbeitung der Bündelung:

Je nach Alter und Unterrichtsstand des Kindes ist der Zahlenraum bei den folgenden Übungen entsprechend einzugrenzen.

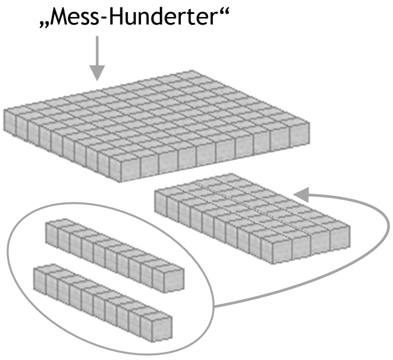
Ausgangsfrage: Welche Materialteile kann man zusammenfassen um andere zu erhalten? Welche Materialteile kann man in welche andere umtauschen? Wie viele wovon braucht man, um sie gegen einen oder mehrere anderer Art eintauschen zu können?

Lassen Sie das Kind die Zusammenhänge vorerst selbst forschend herausfinden und auch selbst in Worte fassen.

Im nächsten Schritt können Sie die Überlegungen des Kindes durch gezielte Fragen lenken: „Wie viele Einer/Zehner/Hunderter brauchst du, um sie gegen einen Zehner/Hunderter/Tausender tauschen zu können?“ Oder: „Wenn du einen Zehner/Hunderter/Tausender zerteilen würdest, wie viele Einer/Zehner/Hunderter würdest du erhalten?“



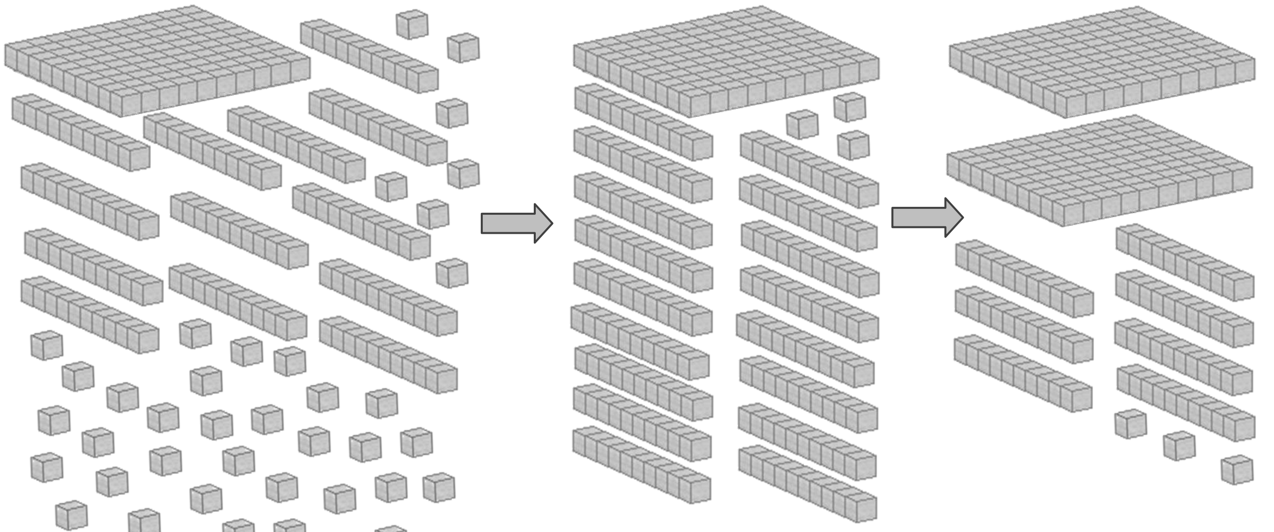
Übung:
Legen Sie dem Kind nun eine Anzahl an Einer-Würfeln vor. Das Kind soll nun jeweils 10 Einerwürfel bei Ihnen gegen eine Zehnerstange eintauschen so oft dies möglich ist. Um einzelnes Zählen zu vermeiden, schlagen Sie dem Kind vor, einen „Mess-Zehner“ zu verwenden, also durch Anlegen der Einer an eine Zehnerstange 10 Würfel zu „messen“. Analog können Sie dann Übungen mit Zehnern und „Mess-Hunderter“ und Hundertern und „Mess-Tausender“ durchführen.



Am Ende jeder Übung können Sie das Kind bitten, die Gesamtzahl zu nennen und anzuschreiben.

Übung:
Legen Sie dem Kind eine Mischung von Einern und Zehnern (dazu später auch Hunderter und Tausender) in größerer Anzahl (>10) vor. Das Kind soll nun nach Tauschmöglichkeiten suchen und durch Tauschen auf möglichst wenige Teile reduzieren. Wenn es keine Tauschmöglichkeiten mehr gibt, soll das Kind angeben, was übrig geblieben ist und welche Zahl dargestellt wird: „Es sind noch 2 Hunderter, 8 Zehner und 4 Einer, also 284.“

Lassen Sie auch bei dieser Übung „Mess-Zehner/Hunderter/Tausender“ zu.



$1 \cdot 100 + 17 \cdot 10 + 3 \cdot 1 \Rightarrow 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 1 \Rightarrow 273$

SEITE 105 <u>Additionen ohne Stellenwertüberschreitungen</u>

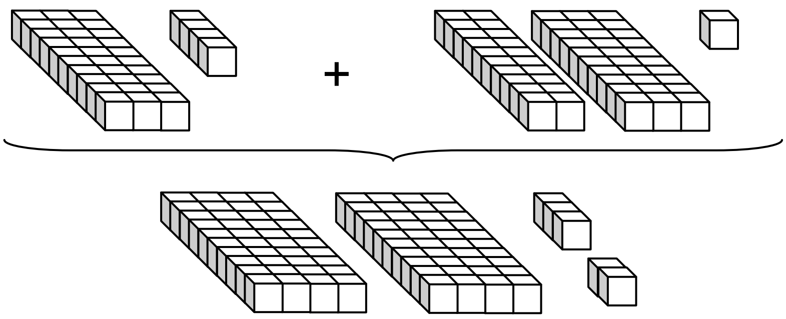
Bereich: Stellenwertverständnis, Operationsverständnis
Materialbedarf: Holz- oder Perlen-Stellenwertmaterial

<u>Vorübung</u>: Zuerst wird jeweils nur mit Einern (Perlen, Würfeln) <u>ohne Zehnerüberschreitung</u> gearbeitet. 3 Würfel und 4 Würfel sind 7 Würfel, ... dann soll durch die Arbeit mit 10er-Stangen das Verständnis erarbeitet werden, dass hier die gleichen Prozesse wie mit Einern ablaufen: 3 Stangen (Zehner) und 4 Stangen (Zehner) sind 7 Stangen (Zehner). Später kann dieser Gedanke auf Platten (Hunderter) und große Würfel (Tausender) übertragen werden.

<u>Übung</u>: Mehrstellige Additionen werden <u>ohne Stellenwertüberschreitungen</u> mit Hilfe von Materialhandlungen durchgeführt. (Beispiele: 7+12, 20+50, 62+36, 416+281, (3029+570)) Das Kind soll jeweils die einzelnen Summanden mit Material legen. Danach führt es die beiden Summanden zusammen und gibt das Ergebnis verbal und schriftlich an.

<u>Beispiel</u>: 34 + 51:

85:



<u>Hinweise</u>: Wenn die Anzahl der Würfel/Stangen/Platten eine Anzahl von 4 überschreitet, legen Sie sie in strukturierten Gruppen von maximal 4 Stück, damit einzelnes Zählen nicht zwangsläufig notwendig wird. Legen Sie z.B. 8 als 4 und 4 oder 3 und 3 und 2.

Beobachten Sie dennoch, dass das Kind immer wieder die vorliegenden Materialien einzeln hinauf zählt, werten Sie dies als Hinweis, dass die Zahlenzerlegungen im Zahlenraum 10 noch nicht ausreichend gefestigt sind oder aber noch nicht auf die vorliegende Stufe übertragen werden können. Wiederholen Sie in diesem Fall Übungen zu den Zahlenzerlegungen bzw. weisen Sie das Kind auf vorliegende Gruppen hin: „Schau mal, wie viele sind das? Ja, genau, 4. Und das? Ja 3. Und 3 und 4 sind? Also sind es sieben Zehner, somit 70"

<u>Schwierigkeitsaufbau</u>:

Zuerst Aufgaben der Art E + E (Z + Z, H + H, ...): 3 + 4, 2 + 7, 20 + 70, 40 + 50, 100 + 600 ...

Dann Aufgaben der Art E + Z (H + Z, ...) 20 + 6, 50 + 7, 6 + 30, 100 + 40, 2 + 800, 3 + 50 ...

Dann Aufgaben der Art E + Z + H (H + E + Z, ...) 300 + 60 + 9, 400 + 4 + 70, 9 + 800 + 60 ...

Dann Aufgaben der Art HZE + HZE (HZE + ZE, HE + E, ...) 214 + 64, 406 + 573, 30 + 229, 201 + 4 ...

Zuletzt Aufgaben der Art E + E = Z (Z + Z = H, ...) 6 + 4, 70 + 30, 700 + 300, 91 + 9, 280 + 20 einstreuen. In dieser letzten Stufe kommt es bereits zu Bündelungen.

Bedenken Sie auch bei dieser Übung, dass eine gewisse Anzahl an Wiederholungen notwendig ist, damit die Durchführung nicht nur an einem Tag gelingt, sondern auch der inhaltliche Aspekt auf Verständnis basierend verinnerlicht und automatisiert wird.

<u>Variante</u>: Der nächste Schritt wäre die Verschriftlichung der Aufgaben bzw. die Arbeit an diesen Aufgaben ohne Anschauungsmaterial. Als Zwischenschritt, kann das Kind die Anzahlen skizzieren (z.B. Punkte für Einer, Striche für Zehner, Quadrate für Hunderter): III.... + III II. = IIII IIII ... ..

<u>Hinweis</u>: Sollte das Kind immer wieder bei der Verschriftlichung Stellenwerte aus sprachlichen oder räumlichen Gründen vertauschen, also z.B. statt 37 die Zahl 73 anschreiben, können Sie eine Stellenwerttafel als Hilfe anbieten oder auch nur jeweils den Stellenwert über/unter die Ziffern schreiben lassen. Oder aber Sie wiederholen Grundübungen zum Stellenwert.

SEITE 129 Division – Enthaltensein/Messen A

Bereich: Operationsverständnis

Materialbedarf: Gleichartige Spielsteine, Holzchips, Stellenwertmaterial ...

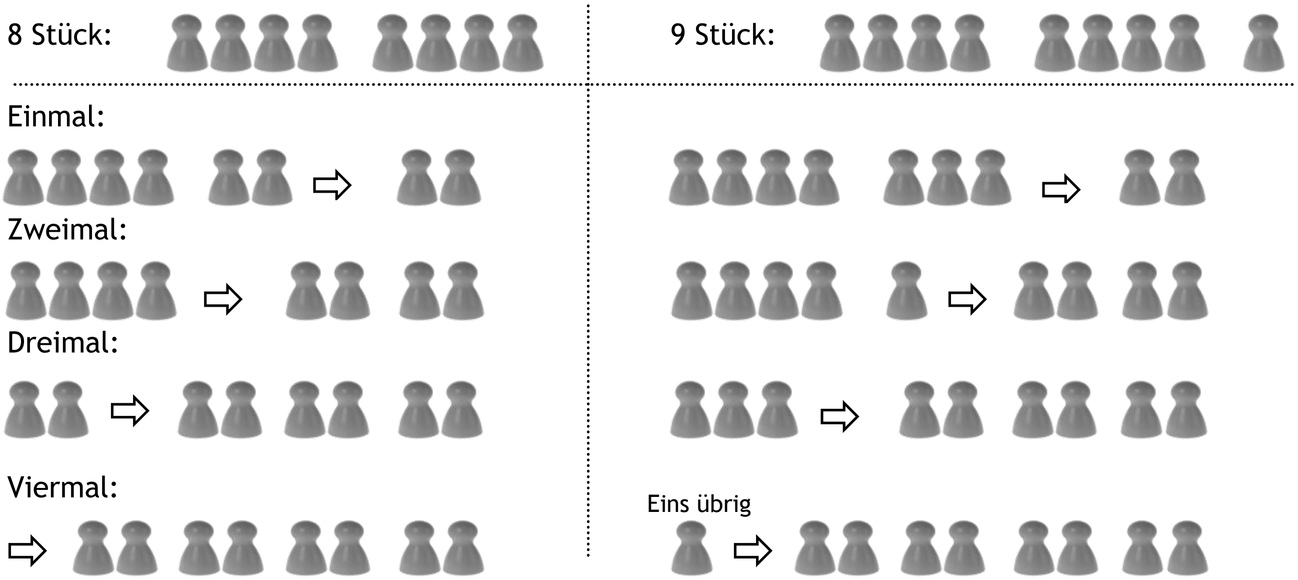
Das Dividieren ist gleichsam die Königsdisziplin des Grundschulrechnens. Es fordert vom Kind sicheres Kopfrechnen (Plus, Minus, Ergänzen, Mal) und ein hohes Maß an Gedächtnisleistung, damit der abverlangte komplizierte Algorithmus fehlerfrei durchgeführt werden kann.

Division : Dividend : Divisor = Quotient

Das Verständnis und die sichere Durchführung sowohl des Enthaltenseins (zuerst) als auch des Aufteilens sind zu erarbeiten. Der Fokus sollte auf die inhaltliche Bedeutung gerichtet sein.

Enthaltensein: Wie oft ist eine (An-)Zahl in einer anderen enthalten?

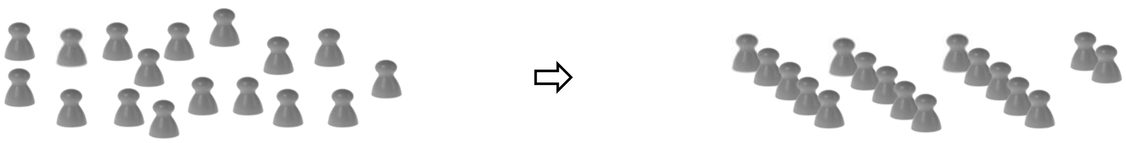
Beispiele: 8 : 2 und 9 : 2 Hier im Sinne des wie oft kann man 2 von 8 (9) „(weg-)nehmen“?
Die Division entspricht ja der mehrfachen Subtraktion.



Es werden also viermal jeweils 2 Spielsteine „weggenommen“. 2 ist also viermal in 8 und 9 enthalten, wobei bei 9 Eins (Rest) übrig bleibt. 8 : 2 = 4 und 9 : 2 = 4 und 1 bleibt übrig (Rest).

Übung: Geben Sie dem Kind eine Anzahl an Spielsteinen (Chips, ...) und fordern Sie es auf zu ermitteln, wie oft eine gewisse Anzahl in der gegebenen enthalten ist. „Wie oft sind in diesen 18 Chips 6 enthalten (kann ich 6 wegnehmen)?“, „Wie viele 4er-Gruppen kann ich aus diesen 24 Spielsteinen (Kindern) bilden?“ Das Kind soll nun jeweils handelnd Gruppen bilden um die gesuchte Anzahl zu bestimmen.

Bauen Sie auch Aufgaben ein, bei denen Rest bleibt und besprechen Sie auch die Bedeutung des Restes: „Fußballturnier: Wie viele Fünfer-Teams kann ich bei 17 Kindern bilden?“



Das Kind kommt auf 3 Fünfer-Teams, wobei 2 Kinder (Spielsteine) übrig bleiben. Besprechen Sie mit dem Kind, was dies bedeutet, wie man nun mit den zwei übrigen verfahren soll. Man kann andere Mannschaftsgrößen erwägen oder die 2 übrigen als Ersatzspieler 2 Teams zuordnen oder ... Somit wird auch bereits die Bedeutung des Rests thematisiert.

Die Verschriftlichung soll erst am Ende der handelnden Erarbeitung erfolgen: 17:5 bedeutet also 17 wird auf 5er-Gruppen aufgeteilt, „Wie oft ist 5 in 17 enthalten? Wie oft kann man jeweils eine Fünfermannschaft bilden, wenn man 17 Spieler zur Verfügung hat?“ – Kurz: „17 dividiert durch 5 ⇨ 17 : 5 = 3 und 2 Rest.“

SEITE 172 Ziffernkarten

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9